Cálculo 1A : Prova substitutiva

Junho de 2018

Nome: ____

Responda: Qual prova vai ser substituída? ○ P1 ○ P2 ○ P3

Questões relativas à Prova 1

Questão 1 ....

Calcule os seguintes limites (**Proibido usar o L'hospital para o cálculo de limites.**)

(a) (10) $\lim_{x\to 0} \dfrac{4x^{100}+x^2+6}{x^4+2}$

(b) (10) $\lim_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-3x-4}$

(c) (10) $\lim_{x\to 0^+} (e^x-x)^{\frac{1}{x}}$

(d) (10) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\tan(x-1)}{x-1}$.

(e) (10) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x(x+9)}-x$

Questão 2 ....

(20) Determine os valores de a e b para que a seguinte função seja contínua em $x=2$.

$$f(x)=\begin{cases} b[\![3x+4]\!] & \text{, se } 1\le x<2 \\ 18 & \text{, se } x=2 \\ 3x\sqrt{a-2x} & \text{, se } 2<x<3 \end{cases}$$

Questão 3 ....

(20) Sejam $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ duas funções tais que $\dfrac{2}{|g(x)|}\le f(x)\le 3|\sin(\dfrac{1}{x})|+\dfrac{2}{|g(x)|}$, $\forall x, 0<|x|<1$, e $|\sin(x)|\le g(x)\le 2|x|$. Calcule $\lim_{x\to 0} f(x)g(x)$.

Questão 4 ....

(15) Seja

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{, se } x\le 0 \\ x+2 & \text{, se } x>0 \end{cases}$$

Calcule os limites laterais $\lim_{x\to -1^+}(f\circ f)(x)$ e $\lim_{x\to -1^-}(f\circ f)(x)$. Existe o limite $\lim_{x\to -1}(f\circ f)(x)$?

Questão 5 ....

(10) Seja $a>0$, $f:[-a,a]\to\mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(a)<f(-a)$ e $f(a)f(-a)<0$. Então, mostre que existe um $c\in[-a,a]$ tal que $f(c)=c$.

Questões relativas à Prova 2

Questão 1 ....

Calcule os seguintes limites

(a) (10) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\ln(x^2+1)}{\sin^2(x)+x^2}$

(b) (10) $\lim_{x\to 0^+} (e^x+x^2)^{\frac{1}{x}}$

(c) (10) Para quais valores de a e b, a função é derivável em $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & , \text{se } x < 2 \\ 2x^2 - 1 & , \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

Questão 2 ....

Considere o seguinte função.

$$f(x) := (x+1)^3(x-1)^2.$$

Faça o gráfico da função, para isso:

(a) (10) Determine os pontos críticos, os extremos relativos (máximo e mínimo local) e os intervalos de crescimento e descrecimento

(b) (10) Determine os pontos de inflexão e os intervalos de concavidade.

(c) (5) Faça o gráfico.

Questão 3 ....

Uma partícula move-se ao longo de uma curva cuja equação é

$$\frac{xy^3}{1+y^2} = \frac{8}{5}.$$

Suponha que a coordenada x esteja crescendo a uma taxa de 6 unidades por segundo, quando a partícula estiver no ponto $(1, 2)$.

(a) (15) Com que taxa estará variando a coordenada y do ponto naquele instante?

(b) (5) A partícula estará subindo ou descendo?

Questão 4 ....

(25) Uma caixa aberta deve ser feita de uma folha de papelão medindo 16 por 30 cm, destacando-se quadrados iguais dos quatro cantos e dobrando-se os lados. Qual é o tamanho dos quadrados para se obter uma caixa com o maior volume possível?

Questão 5 ....

Considere a função $f(x) = e^x - \dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{2}$, com $x > 0$. Então:

(a) (10) Dado $y \in \mathbb{R}$. Mostre que existe uma única solução de $f(x) = y$. Conclua que f tem inversa.

(b) (5) Verifique que $|f^{-1}(x) - f^{-1}(y)| \leq 2|x - y|$, para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

Questões relativas à Prova 3

Questão 1 ....

Calcule as seguintes integrais definidas e indefinidas.

(a) (10) $\displaystyle\int \arcsin(x)dx.$

(b) (10) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^3(x)dx.$

(c) (10) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+4}}.$

(d) (10) $\displaystyle\int \frac{4x^2+2}{(x-3)(x+1)^2}.$

Questão 2 ....

(10) Calcule o volume do sólido de revolução obtido por a rotação em torno da reta $x = 3$, da região compreendida entre a parábola $x = y^2 + 1$ e a reta $x = 3$.

Questão 3 ....

(10) Calcule a área da região limitadas por as curvas $xy = 1$ e $y = \dfrac{x}{x^2+1}$, à direta da reta vertical $x = 1$.

Questão 4 ....

Determine se as seguintes integrais convergem. Caso afirmativo calcule o valor da integral.

(a) (10) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$.

(b) (10) $\displaystyle\int_1^{3} \frac{dx}{x\sqrt{9-x^2}}$.

(c) (10) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{x^2+1}{x^3+\sin x}dx$.

Questão 5 ....

(10) Enuncie o Teorema Fundamental do Cálculo (versão 1 e versão 2).